점수

일반수학1(MTH1001) 기말시험

감독관

2018년 6월 18일 (월) 오전 10:00 – 11:40

담당교수 : **분반 :** **학과 :** **학번 :** **성명 :**

1번 (각 2점씩, 10점), 2번 – 9번 (각 5점)은 단답형 문제이며, 풀이과정은 쓸 필요가 없습니다. 주어진 답란에 적힌 답으로만 채점되고 부분점수는 없습니다.

1. 다음 급수의 수렴 또는 발산을 판정하여라.

(a) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \ln n}{(n+2)^3}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)5^n}{2^{3n+1}}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^2}$

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{3}-1)$

답

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

2. 정적분 $\displaystyle\int_0^{3/2} x^2\sqrt{9-x^2}\,dx$ 를 구하여라.

답

3. 정적분 $\displaystyle\int_0^{2} \frac{x^2+12}{(x^2+4)^2}\,dx$ 를 구하여라.

답

4. 특이적분 $\int_0^1 (\ln x)^2\,dx$ 를 구하여라.

답

5. $f(x) = (\tan^{-1} x)\sqrt{1+x}$ 의 $x=0$ 에서의 테일러 급수를 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 이라 할 때, a_4 를 구하여라.

답

6. 함수 $f(x) = \cos(x \sin x)$ 의 $x=0$ 에서의 테일러 급수를 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 이라 할 때, $a_0 + a_1 + \cdots + a_7$ 을 구하여라.

답

7. 다음 극한값을 구하여라.

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 \ln(1+x^2)}{2\cos x + \sin(x^2) - 2}$$

답

감독관

담당교수 : **분반 :** **학과 :** **학번 :** **성명 :**

8. 두 극방정식 $r = 1 - \sin\theta$ 와 $r = -1 - \cos\theta$ 의 그래프의 교점을 모두 구하여라. (단, 교점의 좌표는 직교좌표로 표현하여라.)

답

9. 매개변수곡선 $x = t + \sin t,\ y = t - \cos t$ 에 대하여, $t = \dfrac{\pi}{3}$ 인 곡선 위의 점에서 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ 를 구하여라.

답

10번 – 14번은 서술형 문제 (각 10점) 입니다. 풀이과정을 모두 서술하여야 합니다.

10. 특이적분 $\displaystyle\int_0^\infty x^{3/2}e^{-x}dx$ 의 값을 구하여라.
(단, $\displaystyle\int_0^\infty e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ 이다.)

풀이

11. 자연수 n에 대하여, $I_n = \displaystyle\int_0^{\pi/4} \tan^n x \, dx$ 라고 하자.

$a_n = I_n - I_{n+4}$ 일 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 을 구하여라.

풀이

12. 다음 멱급수의 수렴 반지름과 수렴 구간을 각각 구하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n+1)} \right]^2 x^n$$

풀이

감독관

담당교수 : **분반 :** **학과 :** **학번 :** **성명 :**

13. 곡선 $r = \dfrac{2}{1+\cos\theta}$ $\left(0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{2}\right)$ 의 길이를 구하여라.

풀이

14. 극방정식 $r = 2\sin\theta + 4\cos\theta + \sqrt{2}\tan\theta$ 로 주어진 곡선에 대하여, $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ 일 때 곡선 위의 점을 P 라 하자. 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하고, $\angle OPQ$ 를 α 라 할 때, $\tan\alpha$ 의 값을 구하여라. (단, O 는 원점)

풀이