일반수학1(MTH1001) 중간고사

2018년 4월 23일 (월) 오전 10:00 – 11:40

담당교수 : **분반 :** **학과 :** **학번 :** **성명 :** **감독관확인 :**

1번 – 10번은 단답형 문제 (각 5점) 이며, 풀이과정은 쓸 필요가 없습니다. 주어진 답란에 적힌 답으로만 채점되고 부분점수는 없습니다.

1. 함수 f가 다음과 같이 정의될 때, 극한 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{f(x)+1}-1}{f(x)}$ 의 값을 구하여라.

$$f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x} & (x\neq 0)\\ -1 & (x=0)\end{cases}$$

답

2. 극한 $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\left[1+2\sin(\sqrt{2}x)\right]^{\cot x}$ 의 값을 구하여라.

답

3. 음함수 $x^2-xy+y^2=4$를 양함수 $y=f(x)$의 형태로 표현할 때, $(x,\ y)=(2,\ 2)$에서 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$를 구하여라.

답

4. 다음의 극한값을 구하여라.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3}}\left(\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\cdots\cdots+\sqrt{4n-1}+\sqrt{4n}\right)$$

답

5. 정적분 $\displaystyle\int_0^{\pi/6} \frac{\sin(3x)}{\tan x}\, dx$를 구하여라.

답

6. 곡선 $y = x + \dfrac{4}{x}$와 $y = 5$로 둘러싸인 영역을 $x = -5$를 중심축으로 회전하여 생긴 입체의 부피를 구하여라.

답

7. 곡선 $y = \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{\ln x}{2}$ $(1 \le x \le 2)$를 y축을 중심으로 회전시켜 얻은 회전곡면의 넓이를 구하여라.

답

8. $\sinh x = \dfrac{4}{3}$, $\sinh y = \dfrac{12}{5}$일 때, $\tanh(x-y)$의 값을 구하여라.

답

9. 극한 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^x (x-t)\sin(t^2)\,dt}{\ln(1+x^4)}$ 의 값을 구하여라.

답

10. 함수 $f(x)=\displaystyle\int_1^x \left[t(\ln t)^2-\frac{1}{2}t\right]dt$ 에 대하여 폐구간 $[1,\ e]$ 에서 f 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라고 할 때, $M-m$ 을 구하여라.

답

11번 – 15번은 서술형 문제(각 10점) 입니다. 풀이과정을 모두 서술하여야 합니다.

11. 원점 O 에서 곡선 $y=e^{ax}$ (단, $a>0$) 에 그은 접선의 접점을 지나고, 접선에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 P 라고 하자. 직선 OP 의 길이를 최소가 되게 하는 a 의 값을 구하여라.

풀이

12. $x = \alpha$에서 $y = \cosh x$의 접선이 원점을 지난다고 하자. $g(x) = \tanh x - \dfrac{1}{x}$라고 할 때, $g(\alpha)$와 $g'(\alpha)$의 값을 각각 구하여라.

풀이

13. 곡선 $y = \tan x \left(0 \le x < \dfrac{\pi}{2}\right)$, y축, 직선 $y = 1$로 둘러싸인 영역을 $y = -1$을 중심축으로 회전하여 생긴 입체의 부피를 구하여라.

풀이

담당교수 : **분반 :** **학과 :** **학번 :** **성명 :** **감독관확인 :**

14. 곡선 $y = \ln\left(\frac{e^x+1}{e^x-1}\right)$ $(1 \le x \le 3)$ 의 길이를 구하여라.

풀이

15. (a) 폐구간 $[-a, a]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_{-a}^{0} f(x)dx = \int_{0}^{a} f(-x)dx$ 가 성립함을 보여라.

(b) $F(x) = \int_{-x}^{x} \frac{t^2-1}{e^t+1}\,dt$ 일 때, $F(x) = 0$ 인 양수 x 값을 구하여라.

풀이