일반수학2(MTH1002) 중간고사

2018년 10월 22일 (월) 오전 10:00 – 11:40

담당교수: **분반:** **학과:** **학번:** **성명:** **감독관확인:**

1번 – 10번은 단답형 문제(각 5점)이며, 풀이과정은 쓸 필요가 없습니다. 주어진 답란에 적힌 답으로만 채점되고 부분점수는 없습니다.

1. $xz-$평면위의 곡선 $x^2+z^2-2z=0$을 z축에 대하여 회전하여 얻어진 곡면의 구면좌표 방정식을 구하여라.

답

2. 점 $P(2,1,0)$에서 $v=\langle 1,-1,\sqrt{2}\rangle$ 방향에 대한 함수 $f(x,y,z)=xe^{y^2z}$의 방향도함수를 구하여라.

답

3. 평면 $x+2y+3z=3$위의 점 $P(2,-1,1)$를 지나고 이 평면에 수직인 직선을 l이라 할 때, 점 $Q(3,1,3)$와 직선 l사이의 거리를 구하여라.

답

4. 원점을 지나고 양의 y축, z축과 이루는 각이 각각 $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$인 직선의 방정식이 $x=\frac{y}{m}=\frac{z}{n}$일 때, m^2+n^2의 값을 구하여라.

답

5. $w=(x-1)(y-1)$이고, $x=t-1$, $y=\frac{2(1+t)}{1+t^2}$이라 할 때, $t=1$에서 $\frac{dw}{dt}$를 구하여라.

답

6. $f(x,y)=\begin{cases} \frac{3x^3y-xy^3}{x^2+2y^2} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ 일 때, $f_{xy}(0,0)+f_{yx}(0,0)$의 값을 구하여라.

답

7. 좌표평면의 원점에서 화재가 발생하여 점 (x,y)에서 온도가 $f(x,y)=1200e^{-x^2-y^2}$ (°C)라 하자. 점 $\left(1,\frac{7}{5}\right)$ 위치에 있는 사람이 온도가 가장 빨리 감소하는 방향으로 대피하고자 한다. 이 사람이 대피하는 방향의 단위벡터를 구하여라.

답

8. 곡면 $z=x^3+y^2+xy$위의 점 $P(1,-1,1)$에서의 접평면을 α라 할 때, 점 $Q(3,4,5)$에서 접평면 α까지의 거리를 구하여라.

답

담당교수: **분반:** **학과:** **학번:** **성명:** **감독관확인:**

9. 구면좌표로 주어진 점 $P\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$에서 곡면 $\phi = \frac{\pi}{4}$에 접하는 평면의 방정식을 구하여라.

답

10. $w = f(x-y, y-z, z-x)$라 할 때, $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$의 값을 구하여라.

답

11번 – 15번은 서술형 문제(각 10점)입니다. 풀이과정을 모두 서술하여야 합니다.

11. 점 $A(5, 3, -2)$를 지나고 방향벡터가 $\overrightarrow{u} = \langle 2, 2, 1 \rangle$인 직선을 l_1, 두 점 $B(4, -1, -1)$, $C(2, 0, 1)$을 지나는 직선을 l_2라 할 때, 두 직선 l_1과 l_2사이의 거리를 구하여라.

풀이

12. $z = f(x,y) = \int_x^y \cos(t^2)dt$의 선형 근사식을 이용하여 $\int_{-0.1009}^{0.1009} \cos(t^2)dt$의 근삿값을 구하여라.

풀이

13. 점 $(2,2,2)$에서 곡면 $S_1 : xyz = 8$에 접하는 접평면을 P_1, 곡면 $S_2 : x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 24$에 접하는 접평면을 P_2라 하자. 두 접평면 P_1, P_2가 만나는 교선이 $yz-$평면과 만나는 점의 좌표를 구하여라.

풀이

담당교수: **분반:** **학과:** **학번:** **성명:** **감독관확인:**

14. 함수

$$f(x,y) = \int_0^1 (x + y\sqrt{t} - t)^2 \, dt$$

의 임계점을 모두 구하고 분류하여라.

풀이

15. 실수 x, y가 $x^2 + xy + y^2 = 6$을 만족할 때, 라그랑즈 승수법을 이용하여 $x^3 + y^3$의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

풀이